

ВЛИЯНИЕ БОЛЬШИХ СКОРОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ ИЗДЕЛИЯ НА ПРОЦЕССЫ В ВОЛНЕ ГОРЕНИЯ

Ващенко В.А., проф.; Краснов Д.М., доц.; Заика П.И., асп.
(Черкасский инженерно-технологический институт)

В настоящее время процессы взаимодействия волны горения с металлизированными конденсированными системами (МКС) типа магний + нитрат натрия широко используются в малогабаритных изделиях различного назначения, эксплуатирующихся в условиях повышенных угловых скоростей вращения ω (до 60000-70000 об/мин) [1-7]. При этом физические представления о процессах взаимодействия волн горения с указанными МКС отсутствуют, что затрудняет прогнозирование поведения изделий в постоянно расширяющихся динамических условиях эксплуатации.

В данной работе на базе полученных экспериментальных данных [3-7] рассматривается следующая математическая модель и расчет основных характеристик растекания двухфазного расплава поверхностного слоя системы $Mg + NaNO_3$ к металлической оболочке при больших ω ($\omega > 15000-20000$ об/мин), которое имеет место при горении заряда рассматриваемой системы в указанных условиях.

В результате горения образца МКС в зоне расплава конденсированной фазы формируется двухфазное течение (расплав окислителя + частицы Mg), осуществляемое в условиях вращающегося изделия. Решение такой задачи не имеет прототипа в известной к настоящему времени литературе по гидродинамике [8]. При этом решение задачи значительно усложняется наличием в потоке жидкости (расплавленный $NaNO_3$ и конденсированные продукты его термического разложения) конденсированной фазы (частицы Mg , которые предполагаются сферическими с диаметром d_m).

Для приближенного решения задачи рассмотрим основные допущения, используемые при составлении отправной системы уравнений, и их обоснование.

1 Движение жидкости полагается осесимметричным. Некоторая несимметричность движения вызывается в основном двумя причинами: наличием силы тяжести и нутационного движения вращающегося изделия. Как показывают расчеты, эксцентриситет воронки, обусловленный действием силы тяжести для рассматриваемой угловой скорости вращения, составляет g/ω^2 , и при изменении ω в диапазоне 20000-70000 об/мин ($2094-7329$ с⁻¹) его значения находятся в пределах $2,28 \cdot 10^{-6}$ - $1,86 \cdot 10^{-7}$ м. Следовательно, действием этого фактора можно пренебречь.

Более сложной является оценка влияния нутационного движения вращающегося изделия, поскольку для этого необходимо знать параметры нутации. Однако на основании известных экспериментальных данных по изделиям, стабилизируемых в полете вращением [9, 10], а также оценок радиальной инерциальной силы, вызванной нутацией изделия, получается, что величина ускорения от этой силы ($q_{нmax}$) более, чем на два порядка, меньше центробежного ускорения ($q_c = \omega^2 r$), определяемого вращением изделия вокруг своей продольной оси.

2 Скорость вращения изделия за время его функционирования (действия) полагается неизменной. Изменение скорости вращения изделия за время его функционирования может вызываться двумя факторами: тормозящим воздействием внешнего потока, обтекающего изделие, и воздействием внутреннего потока расплава.

Время функционирования изделий, эксплуатирующихся в условиях вращения, весьма мало (порядка от нескольких секунд до нескольких минут), поэтому за указанное время внешний поток практически не сможет вызвать существенного изменения угловой скорости изделия.

Тормозящее воздействие внутреннего потока определяется тем, что слои расплава, образовавшиеся на центральном участке поверхности горения, располагают малым моментом количества движения. В дальнейшем эти слои отбрасываются к периферии, далее при вращении изделия периферийным слоям посредством вязкости сообщается скорость, близкая к скорости вращения изделия. При этом слои с пониженной окружной скоростью оказывают тормозящее воздействие на изделие, снижая его число оборотов. Однако такое воздействие на изделие не способно существенно изменить угловую скорость вращения изделия, так как момент инерции образца составляет весьма малую долю (примерно 10^{-2}) момента инерции металлического корпуса изделия.

3 Расплав полагается в первом приближении гомогенной жидкостью, а учет двухфазности производится посредством использования в расчетах приведенной вязкости. Определение приведенной вязкости может быть выполнено на основе известной формулы Роско [8, 9]

$$\mu_{пр} = \mu_0 (1 - C_M)^{-2,5}, \quad (1)$$

где μ_0 - вязкость жидкой среды; C_M - объемная концентрация Mg в исходной системе, изменение которой соответствует $0,4 < \alpha < 3,0$,

где $\alpha = \frac{\xi_N / \xi_M}{(\xi_N / \xi_M)_{\text{НО}}}$ - коэффициент избытка окислителя в системе;

ξ_N, ξ_M - относительное содержание в системе соответственно металла и окислителя; индекс «СТ» обозначает стехиометрическое соотношение компонентов (для системы $\text{Mg} + \text{NaNO}_3$ при $\alpha = 1,0$ - $(\xi_N / \xi_M)_{\text{СТ}} \cong 1,17$).

4 Процесс движения расплава полагаем квазистационарным. Рассмотрение нестационарного течения расплава существенно усложняет решение и без того сложной гидродинамической задачи. Кроме этого, как показывают экспериментальные данные, изменение параметров процесса горения образца протекает достаточно плавно и поэтому для каждого момента времени движение расплава, находящееся во взаимосвязи с этим процессом, можно с достаточной степенью приближения полагать стационарным.

Итак, будем рассматривать установившееся движение вязкого расплава внутри полого цилиндра с внутренним радиусом $R_{\text{вн}}$, вращающегося с угловой скоростью ω , в цилиндрической системе координат (x, r) , вращающейся вместе с цилиндром (проекция вектора скорости расплава в этой системе координат w, v) [8]:

$$W \cdot \frac{\partial W}{\partial x} + V \cdot \frac{\partial W}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_\delta} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + V_{i\delta} \cdot \left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right), \quad (2)$$

$$W \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_\delta} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + V_{i\delta} \cdot \left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{V}{r^2} \right) + \omega^2 \cdot r, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(r \cdot w)}{\partial x} + \frac{\partial(r \cdot v)}{\partial r} = 0, \quad (4)$$

где P - локальное значение давления в расплаве;

ρ_p - плотность расплава;

$V_{\text{пр}} = \mu_{\text{пр}} / \rho_p$ - приведенное значение кинематической вязкости.

Краевыми условиями для сформулированной задачи будут: при $X = 0$ (поверхность горения)

$$w = w_0 = u \cdot \rho_c / \rho_p, \quad v = 0 \quad (5)$$

(начальная радиальная скорость расплава полагается равной нулю; u, ρ_c - скорость горения и плотность образца),

$$P = P_0 + \frac{\rho_\delta}{2} \cdot \omega^2 \cdot r^2; \quad (6)$$

при $r = R_{\text{вн}}, w = v = 0$ (условие прилипания расплава к стенке); (7)

при $r = r_0, P = P_0$ (условие на внутренней (свободной) поверхности струи расплава); (8)

при $x = L, P = P_0$ (условие на срезе стакана). (9)

Здесь $r_0 = r_0(x)$ - радиус внутренней (свободной) поверхности струи расплава; P_0 - давление во внутренней полости цилиндра; L - расстояние от поверхности горения до переднего среза цилиндра.

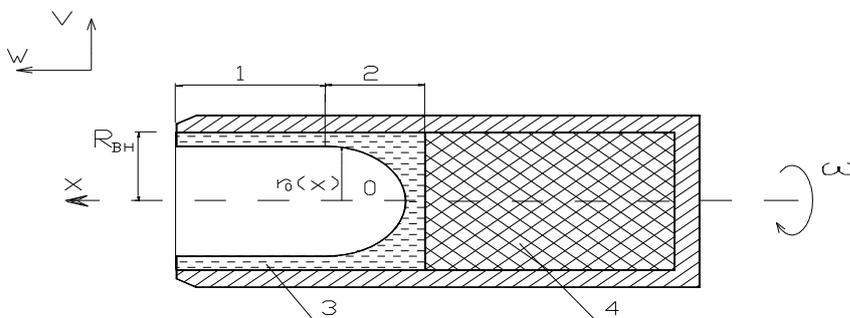


Рисунок 1 - Схема растекания расплава системы $\text{Mg} + \text{NaNO}_3$ внутри вращающегося изделия: 1 - основной участок движения расплава; 2 - начальный участок движения расплава; 3 - гомогенизированный расплав; 4 - заряд исходной системы

Рассмотрим возможности приближенного решения задачи, позволяющего оценить конфигурацию струи расплава и ее скоростные параметры. С этой целью разделим условно струю расплава на два участка (рис. 1).

Начальный участок - преобладают массовые силы, а роль сил вязкости относительно невелика. На этом участке происходит основное искривление поверхности горения (формируется ее форма), и давление в расплаве падает до P_0 .

Основной участок - силы вязкости играют основную роль (пристеночное течение расплава вплоть до среза цилиндра), а давление остается постоянным ($\partial P / \partial x = 0$).

Рассматривая начальный участок, будем исходить из того, что

$$\omega \gg \omega_0 \gg \rho_c / \rho_p, \quad (10)$$

так как значения ω ($\omega = 20000-70000$ об/мин) достаточно велики, а $\rho_c \approx \rho_p$, $u_{max} = 1,5-7,0$ см/с и $R_{вн} = 1,15$ см.

Учитывая небольшую протяженность начального участка, будем также полагать, что на этом участке величины w , v и их производные того же порядка, что и w_0 . Тогда из уравнения (3) получим приближенную зависимость

$$-\frac{1}{\rho_\delta} \cdot \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial r} + \omega^2 \cdot r = 0, \quad (11)$$

а из (8) и (11) получаем

$$P = P_0 + \frac{\rho \cdot \omega^2}{2} \cdot [r^2 - r_0^2(x)], \quad (12)$$

где $r_0(x)$ - уравнение свободной границы струи, нам пока неизвестное.

Найдем давление на внутренней поверхности цилиндра при $r = R_{вн}$. При этом $V=0$, $\partial V / \partial r = 0$ (условие непроницаемости стенки) и из уравнения (4) получаем

$$\frac{\partial W}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0, \quad (13)$$

при этом уравнение (2) примет вид

$$\frac{1}{\rho_\delta} \cdot \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \delta} = V_i \cdot \delta \cdot \left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial W}{\partial r} \right). \quad (14)$$

Учитывая (13) и (14), заключаем, что величина $\partial P / \partial x$ зависит только от r . Учитывая, что рассматриваются большие значения ω ($\omega = 20000-70000$ об/мин), приводящие к малым длинам начального участка ($R_{вн}/L_H = 1,5-2,0$), примем в первом приближении, что

$$\frac{1}{\rho_\delta} \cdot \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \delta} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\Delta P}{L_H}, \quad (15)$$

где ΔP - перепад давления по длине участка.

Из зависимостей (6), (8) и (15) следует

$$\Delta \mathcal{D} = \frac{\rho \cdot \omega^2}{2} \cdot (r^2 - r_0^2), \quad (16)$$

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}|_{\delta=0} - \frac{\Delta \mathcal{D} \cdot \delta}{L_H} = P_0 + \Delta \mathcal{D} \cdot \left(1 - \frac{\delta}{L_H} \right) \quad (17)$$

или

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_0 + \frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot r^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{x}{L_H} \right). \quad (18)$$

Приравняв правые части зависимостей (12) и (18) и полагая $r = R_{вн}$, получаем

$$R_{вн}^2 - r_0^2(x) = R_{вн}^2 \cdot \left(1 - \frac{\delta}{L_H} \right), \quad (19)$$

откуда

$$r_0(x) = R_{вн} \cdot \left(\frac{\delta}{L_H} \right)^{1/2}. \quad (20)$$

Из (20) следует, что образующая свободной поверхности струи расплава представляет собой параболу.

Таким образом, при вращении заряда системы $Mg + NaNO_3$ с большими угловыми скоростями ($\omega > 15000-20000$ об/мин) его поверхность горения искривляется и приобретает форму параболоида вращения независимо от ω во всем диапазоне его изменения ($\omega = 20000-70000$ об/мин). При этом увеличение значения ω из указанного диапазона приводит лишь к небольшому увеличению кривизны образующей параболоида (величина L_H увеличивается не более чем в 1,5-2,0 раза). Эти результаты полностью соответствуют полученным экспериментальным данным [3,5,8]. Отличие профиля конденсированных продуктов сгорания, остающихся после сжигания заряда в толстостенной металлической оболочке, от параболы на некоторых участках не превышает 5-10 %, а данные микрокиносъемки поверхности горящего заряда при осесимметричном вращении подтверждают, что данная поверхность не плоская, а ее поверхность близка к параболоиду. Необходимо отметить, что согласно (20) формально в конце начального участка при $P = P_0$ толщина струи расплава должна обратиться в нуль ($r_0(L_H) = R_{вн}$). В действительности же $R_{вн} - r_0(L_H) = \delta_n$ - величина, малая по сравнению с $R_{вн}$ и L_H ($\delta_n \ll R_{вн}$, $\delta_n \ll L_H$). Величина δ_n может быть оценена на основании уравнения неразрывности

$$\delta_i = \frac{G_\delta}{2 \cdot \pi \cdot R_{\text{вн}} \cdot W_i}, \quad (21)$$

где G_δ - расход конденсированных продуктов сгорания, определяемый на основании термодинамических расчетов [3, 8]; W_i - скорость струи расплава на выходе из начального участка. Если в первом приближении пренебречь потерями напора из-за вязкости на начальном участке течения, то скорость определится как

$$W_i = \left(\frac{\Delta D}{\rho_0} \right)^{1/2} \cong \omega \cdot R_{\text{вн}}. \quad (22)$$

При этом

$$\delta_i = \frac{G_\delta}{2 \cdot \pi \cdot R_{\text{вн}} \cdot \omega}. \quad (23)$$

Проведенные расчеты по (23) для системы $Mg + NaNO_3$ [3, 8] ($\alpha = 1,0$; $d_m = 74$ мкм; $R_{вн} = 10^{-2}$ м; $\omega = 20000-40000$ об/мин, $P = 1$ кг/м²) соответствуют экспериментальным данным по толщине шлаков ($\delta_n = 1-3$ мм) с относительной погрешностью 15-20 %.

Теперь рассмотрим течение расплава на основном участке, для которого принимается $P_0 = const$. На этом участке размер потока $\delta \ll R_{вн}$ и можно положить

$$\frac{\partial D}{\partial r} \cong 0, \quad \frac{\partial V}{\partial r} \sim \frac{1}{\delta}, \quad \frac{\partial W}{\partial r} \sim \frac{1}{\delta}, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} \sim \frac{1}{\delta^2}, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} \sim \frac{1}{\delta^2}. \quad (24)$$

С учетом этого из (4) и (7) получаем приближенную зависимость

$$V_i \delta \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \omega^2 \cdot r = 0 \quad (25)$$

при условии

$$r = R_{вн}, \quad V = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial r} = 0. \quad (26)$$

Решая (25) при условии (26), получим

$$V(r) = \frac{\omega^2}{2 \cdot V_i \delta} \cdot \left(R_{\text{вн}}^2 \cdot r - \frac{r^3}{3} - \frac{2}{3} \cdot R_{\text{вн}}^3 \right), \quad (27)$$

где $R_{вн} - \delta < r < R_{вн}$.

Из уравнения (27) следует, что $V(r) < 0$. Это означает, что на основном участке происходит расширение потока, что следует также из простых физических соображений: вследствие действия сил вязкости скорость потока должна снижаться, а при постоянстве расхода сечение потока должно при этом увеличиваться.

Получим зависимости для расчета основных параметров движения струи расплава на основном участке. На этом участке вследствие значительного влияния сил вязкости будет происходить торможение движения струи расплава.

Рассмотрим задачу о торможении струи расплава, ограниченной только с одной стороны стенкой, используя широко применяемое в гидродинамике предположение о постоянстве касательного напряжения по сечению потока [8].

При таком допущении получаем

$$\frac{dW}{dr} = const. \quad (28)$$

Откуда

$$W = \frac{W_m}{\delta} \cdot r, \quad (29)$$

где W_m - максимальная в данном сечении скорость потока, имеющая место на свободной границе при $r = \delta$ (δ - толщина слоя жидкости в данном сечении).

Полагая толщину слоя расплава достаточно малой по сравнению с радиусом внутренней полости цилиндра ($R_{вн}$), будем рассматривать двухмерное течение расплава (координаты: $\bar{\delta}, r = y$).

Составляя уравнение энергетического баланса для некоторого контрольного участка длиной dx и толщиной δ , получим для определения W_m следующее уравнение:

$$\frac{dW_m}{W_m^2} = \frac{2 \cdot \mu_{г\delta} \cdot \rho_{\delta}}{m^2} \cdot dx, \quad (30)$$

где m - массовый расход расплава (в пределах контрольного участка предполагается неизменным, т.е. не учитывается отверждение расплава на поверхности стенки).

Решая уравнение (30), получаем выражение для определения изменения скорости течения расплава на основном участке ($L_H \leq x \leq L$)

$$\frac{1}{W_m} - \frac{1}{W_{mn}} = \frac{2 \cdot \mu_{г\delta} \cdot \rho_{\delta}}{m^2} \cdot (x - L_H), \quad (31)$$

где W_{mn} - скорость течения расплава при $x = R_{вн}$.

Отсюда

$$W_m = \frac{W_{mn}}{1 + \frac{2 \cdot \mu_{г\delta} \cdot \rho_{\delta} \cdot W_{mn} \cdot (x - L_H)}{m^2}}. \quad (32)$$

Оценим по формуле (32) скорость $W_{mL} = W_{m/x=L}$, т.е. скорость, с которой расплав выбрасывается из оболочки в атмосферу. Так как струя расплава неразрывна, то полагаем $W_{mn} \cong W_n \cong \omega \cdot R_{вн}$. Для массового расхода расплава в первом приближении воспользуемся выражением $m = \rho_p \cdot W_{mn} \cdot \delta_H/2$ (среднее его значение на основном участке). Кроме этого, для δ_H воспользуемся формулой (23), а для $\mu_{г\delta}$ - формулой (1).

Тогда получаем

$$W_{mn} \cong \frac{\rho_{\delta} \cdot G_{\delta}^2 \cdot R_{аг} \cdot \omega}{\rho_{\delta} \cdot G_{\delta}^2 + 32 \cdot \pi^2 \cdot R_{аг}^3 \cdot \omega(L - L_H) \cdot \mu_0 \cdot (1 - C_M)^{-2.5}}. \quad (33)$$

Расчеты проведем для системы $Mg + NaNO_3$ ($\alpha = 1,0$ ($C_M = 0,4$), $T_0 = 20^\circ C$, $P = 1$ кг/см²) при следующих реальных значениях физических параметров [3, 8]:

$\rho_p = 2320$ кг/м³, $G_p = 1,28 \cdot 10^3$ м³/с, $R_{вн} = 10^{-2}$ м, $\omega = 65000$ об/мин ($\omega = 6805$ с⁻¹), $\mu_0 = 6,95$ кг/м²с (значение выбрано при $T = (T_n + T_r)/2 = 2000$ К), $L - L_H = 1,2 \cdot 10^{-2}$ м.

Подставляя значения этих параметров в формулу (32), получаем значение осевой скорости течения расплава на срезе стакана $W_{mL} \cong 46$ м/с.

При этом так как слой расплава, подходящий к переднему срезу стакана, достаточно тонкий (его толщина $\delta \ll R_{вн}$), то он имеет окружную скорость, близкую к окружной скорости на внутренней поверхности стакана:

$$V_L = \omega \cdot R_{вн} = 6805 \cdot 10^{-2} \text{ м/с} \cong 68 \text{ м/с}.$$

Следовательно, начальная результирующая скорость отдельных капель составляет ≈ 82 м/с и будет направлена к оси изделия под углом, близким к 45° , что полностью соответствует данным кинограмм процесса горения рассматриваемых систем в условиях вращения.

SUMMARY

The hydrodynamic problem of two-phase current (melt of an oxidize + particles of metal) for large angular velocities of rotation (more than 15,000 - 20000 rev/min) of the item is formulated. The outcomes of accounts completely correspond to datas of microfilms of the distribution process of a wave of burning in conditions of the item rotation.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Металлические горючие гетерогенных конденсированных систем/ Силин Н.А., Ващенко В.А., Кашпоров Л.Я. и др. - М.: Машиностроение, 1976.
2. Окислители гетерогенных конденсированных систем / Силин Н.А., Ващенко В.А., Кашпоров Л.Я. и др. - М.:

- Машиностроение, 1978.
3. Горение металлизированных гетерогенных конденсированных систем / Силин Н.А., Ващенко В.А., Кашпоров Л.Я. и др. - М.: Машиностроение, 1982.
 4. Прогнозирование оптимальных технологических режимов и областей устойчивого взаимодействия концентрированных источников энергии с материалами. Монография /Ващенко В.А. Черкасский инженерно-технологический институт. - Черкассы, 1994.- Деп. в ВИНТИ 14.03.94, №45 - ХП 94.
 5. Ващенко В.А. Оптимізація впливу зовнішніх джерел на процеси взаємодії хвиль горіння з металізованими конденсованими системами. - Вісник АІНУ, 1995, №1. - С. 25-32.
 6. Ващенко В.А. Проектування оптимальних технологічних режимів взаємодії хвиль горіння з металізованими конденсованими системами. - Вісник АІНУ, 1995, №2. - С. 12-18.
 7. Высокотемпературные технологические процессы взаимодействия концентрированных источников энергии с материалами. Монография/ Ващенко В.А. Черкасский инженерно-технологический институт. - Черкассы, 1996. - Рус. - Деп. в ВИНТИ 22.03.96, №24 - ХП 96.
 8. Лойцянский Л.С. Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 1987.
 9. Аэродинамика ракет/ Паничкин И.А., Кираванов М.В., Жур М.С. и др. - М.: Машиностроение, 1960.
 10. Движение ракет/ Дмитриевский А.А., Казаковцев В.П., Устинов В.Ф. и др. - М.: Воениздат, 1968.